

Quadratische Gleichungen

Druck und Leistung einer Pumpe berechnen

Kommentar zur Einführung:

Ein Schwimmbad betreibt eine Pumpe für die Umwälzung von Badewasser. Die Pumpe fördert das Wasser durch Filter und Wasseraufbereitungsanlagen zurück ins Schwimmbecken. Für die Bestimmung des sogenannten Betriebspunktes ist die Pumpenkennlinie erforderlich. Diese gibt den Druck der Pumpe für den jeweiligen Förderstrom Q wieder. Die Pumpenkennlinie wird durch folgende Funktion beschrieben: $p_{Pu}(Q) = -4 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 + 3$ (Q in m^3/h ; p_{Pu} in bar).

Im Betrieb wird die Pumpenkennlinie von der Anlagenkennlinie des Pumpensystems geschnitten. Dieser Schnittpunkt ergibt den Betriebspunkt der Pumpe (Abb. 1). Die Anlagenkennlinie wird durch eine Parabel beschrieben, deren Scheitelpunkt auf der y-Achse (die Achse des Druckes) liegt.

Der Bademeister des Schwimmbades kann am Durchflussmessgerät einen Förderstrom durch die Pumpe von $Q = 123 \text{ m}^3/\text{h}$ ablesen. Für eine optimale Filterung des Badewassers ist ein Förderstrom der Pumpe von $Q = 100 \text{ m}^3/\text{h}$ notwendig. Um diesen zu erreichen, schließt der Bademeister das Ventil nach der Pumpe etwas, was man Drosselung nennt. Eine weitere Möglichkeit zur Einstellung des geforderten Förderstroms ist die Reduzierung der Pumpendrehzahl (Drehzahlregelung), wobei das Ventil hinter der Pumpe vollständig geöffnet bleibt. Der Wirkungsgrad der Pumpe beträgt $\eta_{Pu} = 0,72$ und ist als konstant anzusehen.

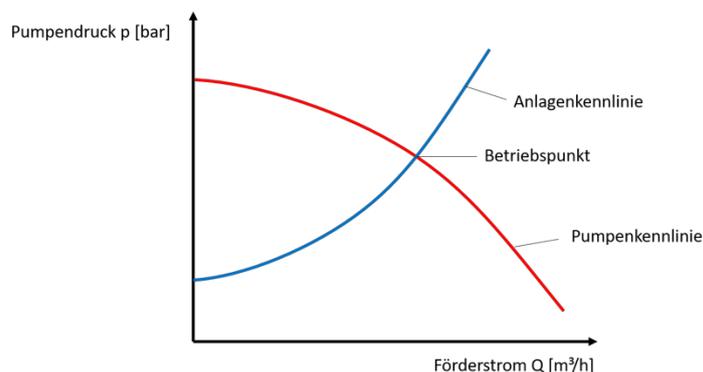


Abb. 1: Pumpen- und Anlagenkennlinie

Bei der **Drosselung des Ventils** nach der Pumpe wird der Druck bei jedem Förderstrom erhöht, wodurch sich die Form der Anlagenkennlinie ändert (Abb. 2). Es ergibt sich ein neuer Schnittpunkt mit der Pumpenkennlinie. Bei einer **Drehzahlregelung** wird die Pumpenkennlinie verschoben (Abb. 3). Die Verschiebung erfolgt auf einer Parabel, deren Scheitelpunkt im Koordinatensystemursprung liegt. Die **Berechnung der Pumpenleistung** erfolgt für jeden Betriebspunkt der Pumpe nach der Gleichung in Abb. 4.

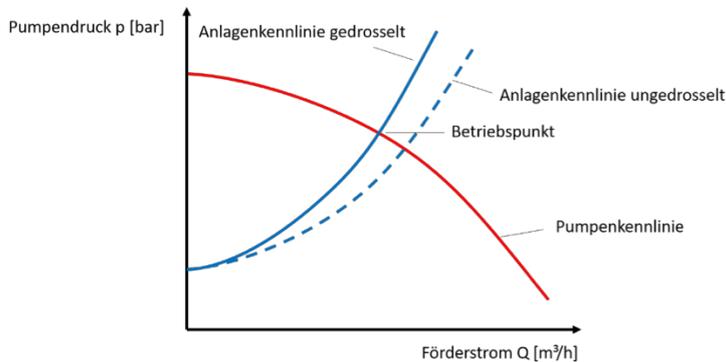


Abb. 2: Drosselung

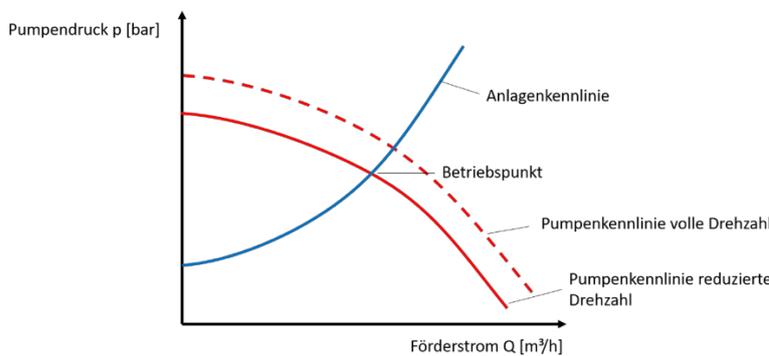


Abb. 3: Drehzahlregelung

$$P_{Pu} = \frac{p_{Pu}[\text{Pa}] \cdot Q \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]}{\eta_{Pu}}$$

(1 bar $\cong 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

Abb. 4: Formel zur Berechnung der Pumpenleistung

Aufgaben:

- a) Welchen Druck liefert die Pumpe vor Einstellung der Drehzahl oder der Drosselung des Ventils, mit Drosselung des Ventils und mit Drehzahlregelung?
Tip: Stelle für die Berechnung des Druckes bei Drehzahlregelung die Gleichung der Parabel der Anlagenkennlinie auf. Diese schneidet die y-Achse (die Achse des Druckes) bei 0,5 bar. Die Parabel der Anlagenkennlinie hat die Form $y(x) = a \cdot x^2 + b$.
- b) Welche Antriebsleistung benötigt die Pumpe im gedrosselten Betriebspunkt und welche bei einer Drehzahlregelung?
- c) Berechne die jährliche Energiekostensparnis in Euro bei Nutzung einer Drehzahlregelung gegenüber der Drosselung des Ventils. Nimm dabei an, dass die Pumpe eine jährliche Betriebsstundenzahl von $T_b = 6000 \text{ h/a}$ besitzt. Der Strompreis beträgt $K_S = 15 \text{ ct/kWh}$.

Lösung a)

Im unregulierten Zustand zeigt das Durchflussmessgerät einen Wert von $Q = 123 \text{ m}^3/\text{h}$ an, welcher, eingesetzt in die Gleichung der Pumpenkennlinie, den Druck der Pumpe ohne Regelung ergibt:

$$p_{Pu} \left(123 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right) = -4 \cdot 10^{-5} \cdot \left(123 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2 + 3 = 2,39 \text{ bar}$$

Bei einer Drosselregelung verschiebt sich die Parabel der Anlagenkennlinie auf der Pumpenkennlinie. Die Gleichung der Pumpenkennlinie ändert sich nicht. Der Druck, welchen die Pumpe liefert, wird durch Einsetzen des neuen Förderstromes von $Q = 100 \text{ m}^3/\text{h}$ ermittelt:

$$p_{Pu} \left(100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right) = -4 \cdot 10^{-5} \cdot \left(100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2 + 3 = 2,6 \text{ bar}$$

Für die Ermittlung des Betriebspunktes bei einer Drehzahlregelung ist zuerst die Gleichung der Anlagenkennlinie der Form $y(x) = a \cdot x^2 + b$ zu bestimmen. Da der Scheitelpunkt der Anlagenkennlinie die y-Achse bei 0,5 bar schneidet, kann die Unbekannte b direkt gleich 0,5 gesetzt werden. Des Weiteren ist der Schnittpunkt der Anlagenkennlinie mit der Pumpenkennlinie ohne Drosselung und Drehzahlregelung berechnet worden. Durch Einsetzen und Umstellen der Gleichung, kann die Unbekannte a berechnet werden.

$$2,39 \text{ bar} = a \cdot \left(123 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2 + 0,5 \text{ bar}$$

$$a = \frac{2,39 \text{ bar} - 0,5 \text{ bar}}{\left(123 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2} = 1,25 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left(\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2}$$

Durch Einsetzen des neuen Förderstromes in die Gleichung der Anlagenkennlinie, kann der Druck bei Drehzahlregelung der Pumpe berechnet werden:

$$p \left(100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right) = 1,25 \cdot 10^{-4} \cdot \left(100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right)^2 + 0,5 = 1,75 \text{ bar}$$

Lösung b)

Für die Berechnung der Antriebsleistung der Pumpe kann die gegebene Gleichung verwendet werden. Der Förderstrom ist dabei von m^3/h auf m^3/s umzurechnen. Des Weiteren muss der Druck von bar in Pascal (Pa) umgerechnet werden. Der Wirkungsgrad der Pumpe kann der Aufgabenbeschreibung mit $\eta_{\text{Pu}} = 0,72$ entnommen werden:

Antriebsleistung ohne Regelung:

$$P_{a.1} = \frac{2,39 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 123 \text{ m}^3/\text{h}}{3600 \text{ s/h} \cdot 0,72} = 11341 \text{ Watt} \triangleq 11,34 \text{ kW}$$

Antriebsleistung mit Drosselregelung:

$$P_{a.2} = \frac{2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 100 \text{ m}^3/\text{h}}{3600 \text{ s/h} \cdot 0,72} = 10030 \text{ Watt} \triangleq 10,03 \text{ kW}$$

Antriebsleistung mit Drehzahlregelung:

$$P_{a.3} = \frac{1,75 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 100 \text{ m}^3/\text{h}}{3600 \text{ s/h} \cdot 0,72} = 6751 \text{ Watt} \triangleq 6,75 \text{ kW}$$

Lösung c)

Für die Energiekostensparnis ist die Differenz der Antriebsleistung der zu vergleichenden Varianten zu berechnen:

$$\Delta P = 10,03 \text{ kW} - 6,75 \text{ kW} = 3,28 \text{ kW}$$

Gesucht wird die jährliche Kostensparnis in Euro. Diese berechnet sich durch Multiplikation der gesparten Antriebsleistung mit den Betriebsstunden sowie dem Strompreis. Dabei ist der Strompreis von ct/kWh auf €/kWh umzurechnen:

$$\Delta K = \frac{15 \text{ ct/kWh}}{100 \text{ ct/€}} \cdot 6000 \frac{\text{h}}{\text{a}} \cdot 3,28 \text{ kW} = 2.952 \frac{\text{€}}{\text{a}}$$

Schlagworte zum Inhalt

quadratische Gleichungen – Kennlinien – Drehzahlregelung – Drosselung – Pumpendruck – Umrechnung von Einheiten