Kenngrößen der Statistik

- In der Statistik hat man es mit endlich oder unendlich vielen **Einzelerscheinungen** zu tun. Diese Einzelerscheinungen haben alle ein bestimmtes Merkmal und werden in der **Grundgesamtheit** zusammengefasst.
  Da oft die Anzahl der Elemente in der Grundgesamtheit zu groß ist, verwendet man eine Anzahl von Elementen, die die Eigenschaften ausreichend repräsentiert.
  Diese Teilmenge heißt **Stichprobe**. Die Auswahl der Elemente muss zufällig erfolgen.

- Die in den Stichproben erfassten Daten werden mittels der Kenngrößen Mittelwert und Standardabweichung beschrieben.

- Ist eine **Urliste** $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gegeben, so gilt
  - für den **Mittelwert**:
    $$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n},$$
  - für die empirische **Standardabweichung**:
    $$s = \sqrt{\frac{1}{n}\left((x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x})^2\right)}.$$
    Die Standardabweichung ist ein Maß für die **Messungenauigkeit**.

- Liegt eine **relative Häufigkeitsverteilung** mit den Werten $m_1, m_2, \ldots, m_k$ und den relativen Häufigkeiten $h_1, h_2, \ldots, h_k$ vor, so gilt:
  - für den **Mittelwert**:
    $$\overline{x} \approx m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 + \ldots + m_k \cdot h_k,$$
  - für die empirische **Standardabweichung**:
    $$s \approx \sqrt{(m_1 - \overline{x})^2 \cdot h_1 + (m_2 - \overline{x})^2 \cdot h_2 + \ldots + (m_k - \overline{x})^2 \cdot h_k}.$$

Bestimmung der Kenngrößen der Statistik

- In einer Klasse mit 24 Schülern wurde eine Klausur geschrieben. Dabei sind folgende Notenpunkte aufgetreten:
  11, 12, 5, 6, 3, 14, 7, 9, 10, 7, 9, 11, 12, 13, 3, 4, 7, 9, 10, 12, 11, 10, 11, 4.

  Damit ergibt sich für den **Mittelwert**:

$$\overline{x} = \frac{11 + 12 + 5 + 6 + 3 + \ldots + 7 + 9 + 10 + 12 + 11 + 10 + 11 + 4}{24} = \frac{210}{24} = 8{,}75$$

und für die empirische **Standardabweichung**:

$$s = \sqrt{\frac{1}{24}\left((11 - 8{,}75)^2 + (12 - 8{,}75)^2 + \ldots + (4 - 8{,}75)^2\right)} \approx 3{,}19.$$

Ist eine **Häufigkeitsverteilung** angegeben, so kann man auch damit den Mittelwert und die Standardabweichung bestimmen.

Notenpunkte	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
3	2	$0{,}08\overline{3}$
4	2	$0{,}08\overline{3}$
5	1	$0{,}041\overline{6}$
6	1	$0{,}041\overline{6}$
7	3	0,125
9	3	0,125
10	3	0,125
11	4	$0{,}1\overline{6}$
12	3	0,125
13	1	$0{,}041\overline{6}$
14	1	$0{,}041\overline{6}$

Mithilfe dieser Häufigkeitstabelle ergibt sich für den **Mittelwert**:

$$\overline{x} = 3 \cdot 0{,}08\overline{3} + 4 \cdot 0{,}08\overline{3} + 5 \cdot 0{,}041\overline{6} + 6 \cdot 0{,}041\overline{6} + \ldots + 13 \cdot 0{,}041\overline{6} + 14 \cdot 0{,}041\overline{6}$$
$$= 8{,}75.$$

und für die empirische **Standardabweichung**:

$$s = \sqrt{\frac{1}{24}(3 - 8{,}75)^2 \cdot 0{,}08\overline{3} + (4 - 8{,}75)^2 \cdot 0{,}08\overline{3} + \ldots + (14 - 8{,}75)^2 \cdot 0{,}041\overline{6}} \approx 3{,}19.$$

Erwartungswert und Standardabweichung

- Verwendet man die Wahrscheinlichkeitsverteilung als Modell, so verwendet man theoretische Kenngrößen.
  Diese theoretischen Kenngrößen sind der **Erwartungswert** μ und die **Standardabweichung** σ. Sie ermöglichen eine Prognose für den Mittelwert und die empirische Standardabweichung.

- Für eine Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind folgende Kenngrößen definiert:
  - Erwartungswert von X:
    $\mu = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n \cdot P(X = x_n)$ und
  - Standardabweichung von X:
    $\sigma = \sqrt{(x_1 - \mu)^2 \cdot P(X = x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(X = x_n)}$.

- Mit Hilfe des Erwartungswertes und der Standardabweichung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung kann man den Mittelwert und die empirische Standardabweichung einer zu erwartenden **Häufigkeitsverteilung** vorhersagen.

Bernoulli-Experiment

- Haben Zufallsexperimente nur **zwei Ergebnisse**, so werden sie Bernoulli-Experiment genannt. Die beiden Ergebnisse werden mit Treffer und Niete bezeichnet. Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeit für einen **Treffer** mit p und für eine **Niete** mit q, so gilt: $q = 1 - p$.

- Besteht ein Zufallsexperiment aus n unabhängigen Wiederholungen desselben Bernoulli-Experimentes, so nennt man es eine **Bernoulli-Kette** der Länge n.

- Ist eine Bernoulli-Kette der Länge n mit der Trefferwahrscheinlichkeit p gegeben und gibt die Zufallsvariable X die Anzahl der Treffer k an, so gilt für die Wahrscheinlichkeit:

  $$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad \left(k \in \{0; 1; 2; \ldots; n\}\right).$$

- Die Zuordnung, die jedem der möglichen Werte k die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ zuordnet, nennt man **Binomialverteilung** mit den Parametern n und k.

- Für die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ schreibt man auch $B_{n;p}(k)$ und nennt X eine $B_{n;p}$-verteilte Zufallsvariable.

- Handelt es sich bei einem Zufallsexperiment um ein Bernoulli-Experiment, so gilt:
  - für den Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$,
  - für die Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$,
  - für die Varianz: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$.

Binomialverteilung

- Ist eine Zufallsgröße X binomialverteilt, so kann man alle Berechnungen mithilfe zweier Grundfunktionen durchführen:
  - Berechnung der zu einer Trefferzahl k gehörenden Wahrscheinlichkeit: $P(X=k) = B_{n;p}(k)$
  - Berechnung der kumulierten Wahrscheinlichkeit
    $P(X \leqq k) = P(X=0) + P(X=1) + \ldots + P(X=k) = F_{n;p}(k)$

- Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X gilt die Bernoulli-Formel:

  $$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \qquad \left(k \in \{0;1;2;\ldots;n\}\right).$$

- **Vorgehensweise** bei Aufgaben mit der Binomialverteilung:
  - Zuerst prüft man, ob das Zufallsexperiment binomialverteilt ist.
  - Ist dies der Fall, so führt man eine Zufallsgröße X ein.
  - Man bestimmt die gesuchte Wahrscheinlichkeit mithilfe der Binomialverteilung.

- **Beispiel:**
  Von 1000 Personen sind im Durchschnitt 15 Linkshänder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 25 zufällig ausgewählten Personen genau eine Person bzw. höchstens vier Personen Linkshänder sind?
  - Hierbei handelt es sich um ein binomialverteiltes Zufallsexperiment mit $n = 25$ und $p = 0{,}015$.
  - Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Linkshänder unter 25 Personen an.
  - Genau eine Person ist Linkshänder:
    $P(X=1) = \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot (1-0{,}15)^{25-1} = 0{,}0759.$
  - Höchstens 4 Personen sind Linkshänder:
    $P(X \leqq 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 0{,}8621.$

Drei-mindestens-Aufgabe

- Hierbei handelt es sich um einen Aufgabentyp, der in der Wahrscheinlichkeitsrechnung häufig vorkommt. Dabei kommt in der Aufgabenstellung mindestens dreimal das Wort mindestens vor.

- **Beispiel:**
  Ein Glücksrad hat vier gleich große Felder. Drei der Felder sind rot, eines ist gelb. Wie oft muss man mindestens drehen, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal gelb gedreht wird?

  Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl des gelben Feldes bei n Drehungen.
  n ist die Anzahl der Drehungen.
  Die Wahrscheinlichkeit, dass gelb auftritt, beträgt $p = 0{,}25$.

  Da die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einmal gelb gedreht wird, größer sein soll als 90 %, gilt: $P(X \geqq 1) \geqq 0{,}95$.

  Die Wahrscheinlichkeit $P(X \geqq 1)$ wird über die Gegenwahrscheinlichkeit berechnet. D.h. es gilt: $P(X \geqq 1) = 1 - P(X = 0)$.

  Die Wahrscheinlichkeit, dass keinmal das gelbe Feld gedreht wird, berechnet sich wie folgt:

  $P(X = 0) = \binom{n}{k} \cdot 0{,}25^0 \cdot (1 - 0{,}25)^{n-0} = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}075^n.$

  Setzt man dies nun ein, so erhält man:

  $P(X \geqq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}75^n.$

  Nun muss man mithilfe des Logarithmus die folgende Gleichung lösen:

$$
\begin{aligned}
1 - 0{,}75^n &\geqq 0{,}95 && \mid -1 \\
-0{,}75^n &\geqq -0{,}05 && \mid \cdot(-1) \\
0{,}75^n &\leqq 0{,}05 && \mid \log \\
n \cdot \log(0{,}75) &\leqq \log 0{,}05 && \mid : \log(0{,}75) \\
n &\geqq 10{,}41
\end{aligned}
$$

  Man muss mindestens 11-mal drehen.

Weitere Aufgaben zur Binomialverteilung

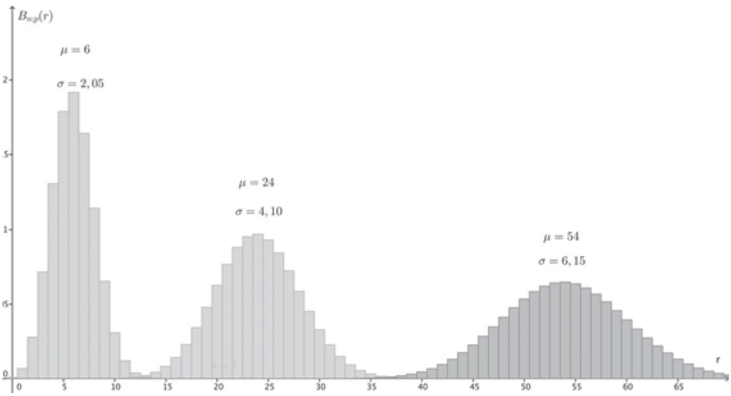
- In den Funktionen zur Binomialverteilung $B_{n;p}(r) = P$ und $F_{n;p}(r) = P$ kommen die Variablen n, p, r und P vor. Kennt man drei dieser Variablen, so kann man die vierte Variable damit berechnen.
  Die Drei-mindestens-Aufgabe ist ein Beispiel, bei der die Variable n gesucht wird. Im folgenden sind zwei weitere Aufgabenstellungen dargestellt

- Gesucht wird die **Wahrscheinlichkeit P**:
  Bei einem Computerspiel gewinnt man 60 % der Spiele. Der Spieler spielt 20-mal hintereinander. Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der gewonnenen Spiele. Sie ist binomialverteilt mit $n = 20$ und $p = 0{,}6$.
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man genau achtmal gewinnt?
    $P(X = 8) = \binom{-20}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^{20-8} = 0{,}035$
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mindestens zehnmal gewinnt?
    $P(X \geqq 10) = 1 - P(X \leqq 9) = 0{,}755.$
  - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man höchstens 15-mal gewinnt?
    $P(X \leqq 15) = 0{,}949.$

- Gesucht ist die **Trefferwahrscheinlichkeit** p:
  Eine Maschine besteht aus fünf Bauteilen, die unabhängig von einander funktionieren. Damit die Maschine arbeiten kann, dürfen höchstens zwei Bauteile ausfallen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil nicht funktioniert, beträgt p. Wie groß darf diese Wahrscheinlichkeit p höchstens sein, damit die Maschine mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % arbeitet?
  Die Zufallsvariable X entspricht den ausfallenden Bauteilen, sie ist binomialverteilt mit $n = 5$.
  Mit Hilfe des Taschenrechners ist folgende Ungleichung zu lösen:
  $P(X \leqq 2) \geqq 0{,}90.$
  Der Taschenrechner liefert: $p = 0{,}247.$

Bedeutung der Standardabweichung bei Binomialverteilungen

- Mit der Funktion zur Berechnung der zu einer Trefferzahl k gehörenden Wahrscheinlichkeit $B_{n;p}$ kann man **Säulendiagramme** von Binomialverteilungen erstellen.
  Für $p = 0{,}3$ und $n = 20$, $n = 80$ und $n = 160$ ergeben sich folgende Säulendiagramme. Zusätzlich sind der Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ eingetragen.



  Für großes n und p nicht zu nahe an der 0 oder 1, handelt es sich bei der Verteilungsfunktion um eine **Glockenkurve** mit dem Maximum in der Nähe des Erwartungswertes μ und zwei Wendepunkte, die den Abstand vom Erwartungswert haben.

- Die **Standardabweichung** σ ist ein Maß für die Breite der Glockenkurve.

- Die Standardabweichung ist wichtig zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Treffer x im Intervall $[\mu - \sigma ; \mu + \sigma]$ liegt. Dieses Intervall ist symmetrisch zum Erwartungswert und heißt σ-Intervall.

- Die kumulierte Wahrscheinlichkeit $F_{n;p}$ benutzt man, um die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert in diesem Intervall liegt, zu berechnen.

Sigma-Regeln

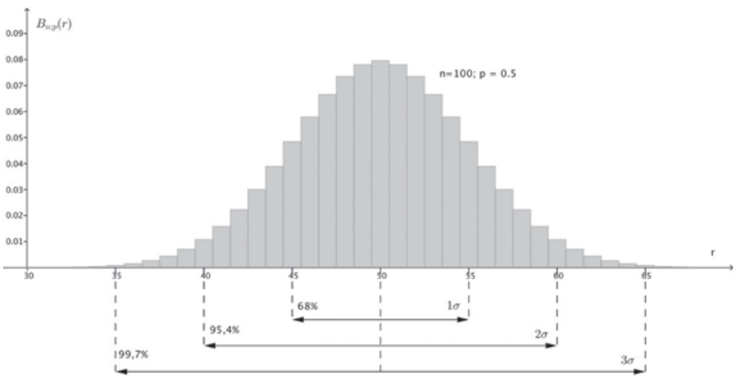
- Das Sigma-Intervall ist ein zum Erwartungswert symmetrisches Intervall.

- Betrachtet man ein 1-σ-Intervall für verschiedene Parameter n und Wahrscheinlichkeiten p, so erkennt man, dass die Wahrscheinlichkeiten für einen Treffer in diesem Intervall alle bei ungefähr 68 % liegen.
  Daraus ergeben sich die σ-Regeln.

- **Sigma-Regeln:**
  Für eine binomialverteilte Zufallsvariable X mit den Parametern n und p, dem Erwartungswert $\mu = n \cdot p$ und der Standardabweichung $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$, erhält man folgende Näherungen:

  1 σ-, 2 σ-, 3 σ-Regeln bzw. für „glatte" Wahrscheinlichkeiten

  1. $P(\mu - \sigma \leqq X \leqq \mu + \sigma) \approx 68{,}3\,\%$
  2. $P(\mu - 2\sigma \leqq X \leqq \mu + 2\sigma) \approx 95{,}4\,\%$
  3. $P(\mu - 3\sigma \leqq X \leqq \mu + 3\sigma) \approx 99{,}7\,\%$
  4. $P(\mu - 1{,}64\sigma \leqq X \leqq \mu + 1{,}64\sigma) \approx 90\,\%$
  5. $P(\mu - 1{,}96\sigma \leqq X \leqq \mu + 1{,}96\sigma) \approx 95\,\%$
  6. $P(\mu - 2{,}58\sigma \leqq X \leqq \mu + 2{,}58\sigma) \approx 99\,\%$



- Je größer n und je näher p bei 0,5 liegt, umso genauer wird die Näherung.

Zweiseitiger Signifikanztest

- Kennt man die Trefferwahrscheinlichkeit eines Zufallsexperimentes nicht, so stellt man eine **Hypothese** auf. Diese Hypothese wird bei einem **Signifikanztest** mithilfe einer Stichprobe auf Gültigkeit getestet.

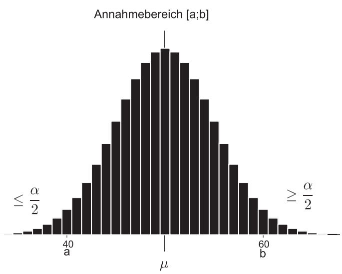
- Vorgehensweise:
  - Aufstellen einer Hypothese für die Trefferwahrscheinlichkeit p_0 und testen der Nullhypothese: H_0: $p = p_0$
    Die Alternative ist: H_1: $p \neq p_0$.
  - Festlegen des Stichprobenumfangs n und des Signifikanzniveaus α
    Beim Signifikanzniveau handelt es sich um die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit. Es liegt bei den meisten Tests zwischen 1% und 5%.
  - Die Irrtumswahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeit fälschlicherweise die Nullhypothese zu verwerfen.
  - Die Testvariable X ist die Trefferzahl. Sie ist binomialverteilt mit den Parametern n und p.
  - Bestimmung des Intervalls [a ; b], in dem man die Hypothese annimmt, den sog. Annahmebereich. Alle anderen Werte bilden den Ablehnungsbereich. Seine Größe wird durch das Signifikanzniveau festgelegt. Da es sich um einen zweiseitigen Test handelt, darf der Ablehnungsbereich links von a und rechts von a jeweils höchstens $\frac{\alpha}{2}$ betragen.

    Hierfür sucht man aus der Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten die kleinsten Zahlen a und b, für die gilt:

    $P(X \leqq a) > \frac{\alpha}{2}$

    und

    $P(X \leqq b) > 1 - \frac{\alpha}{2}$.



  - Durchführung der Stichprobe vom Umfang n. Liegt das Stichprobenergebnis innerhalb des Annahmebereichs, so wird die Nullhypothese H_0 angenommen, ansonsten wird sie verworfen.

Aufgabe zum zweiseitigen Signifikanztest

- Ein Spieler vermutet, dass bei einem Glücksspiel ein Würfel verwendet wurde, bei dem nicht alle Zahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit fallen. Er vermutet, dass die Wahrscheinlichkeit für die Zahl 1 nicht $\frac{1}{6}$ beträgt. Um dies zu testen, führt er einen zweiseitigen Signifikanztest durch:
  - Hypothese aufstellen: Die Zahl 1 fällt mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$.

    Nullhypothese: $H_0: \; p = \frac{1}{6}$

    Alternative: $H_1: \; p \neq \frac{1}{6}$
  - Er will 500-mal würfeln. Das Signifikanzniveau, also die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit soll 5 % betragen.
    D.h. $n = 500$; $\alpha = 0{,}05$.
  - Die Zufallsvariable X zählt die gewürfelten Einsen. Sie ist binomialverteilt mit $n = 500$ und $p = \frac{1}{6}$.
  - Nun sucht man mit dem Taschenrechner jeweils die kleinste Zahl a und b, für die gilt:
    $P(X \leqq a) > 0{,}025$ $\quad a = 67$
    $P(X \leqq b) > 0{,}975$ $\quad b = 100$
    Damit lautet der Annahmebereich: $[67; 100]$.
  - Würfelt der Spieler bei 500 Würfen zwischen 67- und 100-mal die 1, so behält er seine Nullhypothese bei.
    Würfelt er weniger als 67-mal oder mehr als 100-mal die 1, so verwirft er seine Hypothese. In diesem Falle wäre seine Vermutung richtig.

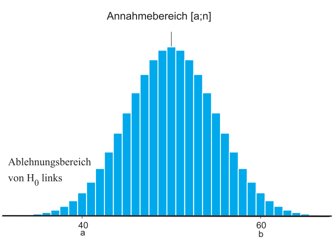
Einseitiger Signifikanztest

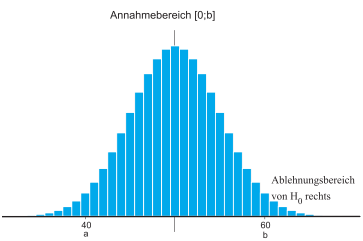
- Beim zweiseitigen Signifikanztest wurde die Hypothese $H_0: p = p_0$ gegen die Alternative $H_1: p \neq p_0$ getestet.
  Beim zweiseitigen Test weiß man vorher schon, dass p höchstens größer oder höchstens kleiner geworden sein kann als die Nullhypothese $H_0: p = p_0$. Man unterscheidet den rechtsseitigen Signifikanztest mit der Alternative $H_1: p > p_0$ und den linksseitigen Signifikanztest mit der Alternative $H_1: p < p_0$.

- **Vorgehensweise:**
  - Aufstellen einer Hypothese für die Trefferwahrscheinlichkeit p_0
    Nullhypothese: H_0: $p = p_0$
  - Festlegen des Stichprobenumfangs n und des Signifikanzniveaus α
  - Die Testvariable X ist die Trefferzahl. Sie ist binomialverteilt mit den Parametern n und p.
Linksseitiger Test	**Rechtsseitiger Test**
Nullhypothese:	
$H_0: p = p_0$ oder $H_0: p \geqq p_0$	$H_0: p = p_0$ oder $H_0: p \leqq p_0$
Alternative:	
$H_1: p < p_0$	$H_1: p > p_0$
Bestimmung Annahmebereich:	
$[a; n]$	$[0; b]$

    Hierfür sucht man aus der Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten die kleinsten Zahlen a und b, für die gelten:

$P(X \leqq a) > \alpha$	$P(X \leqq b) > 1 - \alpha$.
  - Durchführung der Stichprobe vom Umfang n. Liegt das Stichprobenergebnis innerhalb des Annahmebereichs, so wird die Nullhypothese H_0 angenommen, ansonsten wird sie verworfen.





Aufgabe zum rechtsseitigen Signifikanztest

- Ein Hersteller von Glühbirnen behauptet, dass er eine Ausschussquote von höchstens 10 % bei der Herstellung hat.

  Um dies zu testen, führt er einen rechtsseitigen Signifikanztest durch:

  - Nullhypothese: $H_0: \ p \leqq 0{,}1$,
    Alternative: $H_1: \ p > 0{,}1$.
  - Aus der Produktion werden 100 Glühbirnen entnommen und auf Funktion getestet. Das Signifikanzniveau, also die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit, soll 5 % betragen.
    D.h. $n = 100$; $\alpha = 0{,}05$.
  - Die Zufallsvariable X zählt die defekten Glühbirnen. Sie ist binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0{,}1$.
  - Nun sucht man mit dem Taschenrechner die kleinste Zahl a, für die gilt:
    $P(X \leqq a) > 0{,}05$. $\quad a = 5$
    Damit lautet der Annahmebereich $[0;5]$ und der Ablehnungsbereich $[6;100]$.
  - Sind höchstens fünf Glühbirnen defekt, so behält der Hersteller seine Nullhypothese bei.
    Sind mehr Glühbirnen defekt, so verwirft er seine Hypothese.

Aufgabe zum linksseitigen Signifikanztest

- Eine Partei hatte bei einer Wahl einen Stimmenanteil von 60 %. Nach der Wahl ist der Stimmenanteil der Partei gesunken. Bei einer Umfrage von 200 beliebigen Personen gaben 123 Personen an die Partei wieder zu wählen. Kann die Partei bei einem Signifikanzniveau von 5 % darauf schließen, dass der Stimmenanteil gesunken ist?

  Um dies zu testen, führt die Partei einen Linksseitigen Signifikanztest durch:

  - Nullhypothese: H_0: $p \geqq 0{,}6$,
    Alternative: H_1: $p < 0{,}6$.
  - Es gilt: $n = 200$; $\alpha = 0{,}05$.
  - Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Personen an, die die Partei wieder wählen. Sie ist binomialverteilt mit $n = 200$ und $p = 0{,}6$.
  - Nun sucht man mit dem Taschenrechner die kleinste Zahl b für die gilt:
    $P(X \geqq b) > 0{,}95$. $b = 131$
    Damit lautet der Annahmebereich: [131 ; 200] und der Ablehnungsbereich: [0 ; 130].
  - Da die Personenanzahl, die angegeben hat, die Partei wieder zu wählen, im Ablehnungsbereich liegt, muss die Partei davon ausgehen, dass ihr Stimmenanteil gesunken ist.

Fehler beim Testen von Hypothesen

- Beim Durchführen eines Signifikanztestes wird eine Hypothese, die sog. Nullhypothese, angenommen oder verworfen. Dabei kann die Entscheidung, die Hypothese anzunehmen oder zu verwerfen, mit Fehlern behaftet sein. Man unterscheidet Fehler 1. und 2. Art.

- **Fehler 1. Art:**
  Die Nullhypothese ist richtig und wird fälschlicherweise verworfen.

- **Fehler 2. Art:**
  Die Nullhypothese ist falsch und wird fälschlicherweise als richtig angenommen.

- Fehler 1. Art und 2. Art bedingen sich gegenseitig. Vergrößert man bei einem festen Stichprobenumfang den Annahmebereich der Nullhypothese, so verringert man zwar den Fehler 1. Art, aber dafür steigt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art an.
  Will man die Wahrscheinlichkeit für beide Fehler gleichzeitig verringern, so muss man den Stichprobenumfang erhöhen.

- **Beispiel:**
  Die Nullhypothese H_0: $p = 0{,}4$ soll bei einem Stichprobenumfang $n = 100$ auf dem Signifikanzniveau 5 % rechtsseitig getestet werden.
  Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art?

  Für den Annahmebereich gilt: $[0; 48]$
  Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art:
  $1 - P(X \leqq 48) = 0{,}042$.