

Downloadmaterial zum Beitrag „Wärmespeicher – ein spannendes Thema für fächerübergreifenden MINT-Unterricht“ –
MINT Zirkel 1-2022

Begründung für den Exponenten $\frac{3}{4}$

Ein Wärmemedium (hier: Wasser) in einem thermisch isolierten Tank soll am Anfang eine um ΔT höhere Temperatur als die Umgebung aufweisen. Gesucht wird das Volumen eines Wassertanks, mit dem sich der Wärmebedarf eines Jahres von n Personen decken lässt. Für die Abschätzung einer (besseren) unteren Grenze wird der Wärmebedarf mit der während eines Jahres durchschnittlich im Tank gespeicherten Wärmeenergie gleichgesetzt. Es soll also keine Entnahme von Nutzwärme berücksichtigt werden; die Temperaturdifferenz ΔT reduziere sich im Verlauf eines Jahres einzig aufgrund unerwünschter Verluste.

Für die während eines Jahres durchschnittlich im Tank gespeicherte Wärmeenergie gilt:

$$\bar{Q} = \frac{\int_0^t cm\Delta T(t')dt'}{t}$$

Die Abnahme der Differenz ΔT zwischen dem Wärmespeichermedium und der Umgebung wird mit der folgenden Funktion modelliert:

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 e^{-t/\tau}$$

Zur Vereinfachung der Rechnung wird angenommen, dass die Temperaturdifferenz nach einem Jahr fast auf null abgefallen ist, was diese Näherung erlaubt:

$$\int_0^t cm\Delta T(t')dt' \approx \int_0^\infty cm\Delta T(t')dt' = \int_0^\infty cm\Delta T_0 e^{-t'/\tau} dt' = cm\Delta T_0 \tau$$

Wird die Masse durch das Volumen ausgedrückt, ergibt sich mit der Dichte ρ des Speichermediums (Wasser):

$$\bar{Q} \approx \frac{c\rho V\Delta T_0\tau}{t}$$

Der Wärmebedarf Q von n Personen sei n -mal so groß wie der von einer: $Q = nQ_1$. Es wird von einem würfelförmigen Tank mit der Kantenlänge a ausgegangen, sodass $V = a^3$.

Der Tank sei ähnlich gut isoliert wie eine Thermoskanne. Ein Tank mit 1 l Volumen hätte somit die Zeitkonstante $\tau = 16$ h (s. Beitrag im **MINT Zirkel**), für ein beliebiges Volumen gilt dann:

$$\tau = 16 \text{ h} \cdot \left(\frac{V}{\ell}\right)^{1/3}$$

Für einen Tank, der n Personen für 1 Jahr (= 8.760 h) mit Wärme versorgen soll, folgt:

$$nQ_1 \approx \bar{Q} \approx \frac{c\rho V\Delta T_0\tau}{8760 \text{ h}} \rightarrow nQ_1 \approx \frac{c\rho V\Delta T_0 \cdot 16 \text{ h} \cdot \left(\frac{V}{\ell}\right)^{1/3}}{8760 \text{ h}}$$

Das Freistellen von V ergibt:

$$\frac{nQ_1 \cdot 8760 \text{ h} \cdot \text{dm}}{c\rho\Delta T_0 \cdot 16 \text{ h}} = V^{4/3}$$

Wenn noch beide Seiten mit dem Exponenten $\frac{3}{4}$ potenziert werden, ist gezeigt, dass $V \sim n^{3/4}$.

Anregungen für weitergehende Betrachtungen

Den Berechnungen zum Wärmeverlust lassen sich auch andere Körper als der Würfel, etwa Zylinder und Kugel zugrunde legen, was zu anderen Funktionen und Zahlenwerten für das Oberflächen-Volumen-Verhältnis führt. Bei einer Kugel ist die Oberfläche für ein vorgegebenes Volumen minimal. Das Verhältnis beträgt $\frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3}{r}$; zum Vergleich das eines Kubus mit gleichem Volumen:

$$a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow a = \sqrt[3]{4\pi/3} \cdot r \approx 1,612$$

$$\frac{6a^2}{a^3} = \frac{6}{a} \approx \frac{3,72}{r}$$

Auch die Gebäude selbst können als Wärmespeicher betrachtet werden, die somit möglichst rund gebaut werden sollten. Ein Beispiel dafür sind die kuppelförmigen Iglus, für deren Form aber sicherlich die Statik ausschlaggebend ist. Das weltweit erste, 1928 errichtete Kugelhaus befand sich bis 1938 im Großen Garten in Dresden. Gegenwärtig bemüht sich ein Verein um den Bau eines neuen Kugelhauses an anderer Stelle. Bereits häufiger zu sehen sind Gebäude mit kreisrunder oder elliptischer Grundfläche, die schon einen gewissen Vorteil hinsichtlich des Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnisses bieten.

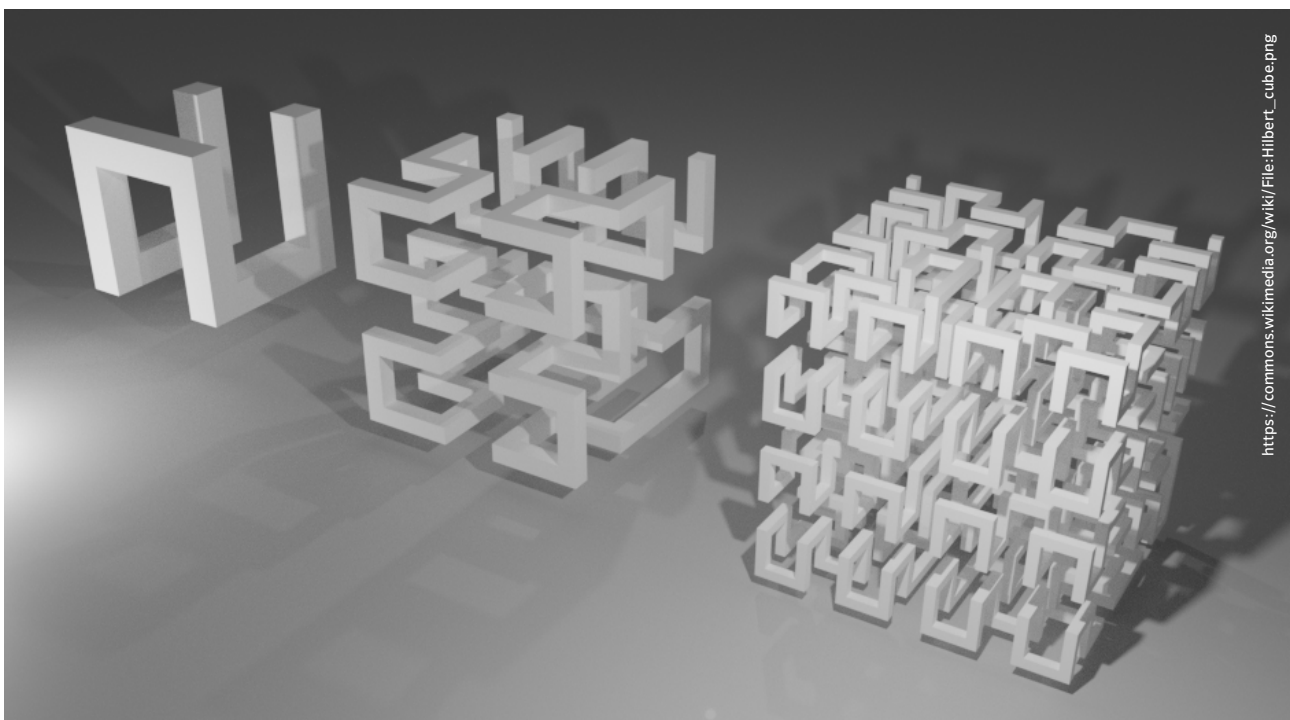


Kugelhaus im Großen Garten in Dresden anno 1931, das durch seine Form einen vergleichsweise geringen Wärmeverlust aufwies

Um zu genaueren Vorhersagen der Wärmeverluste zu kommen, müssten viel mehr Details berücksichtigt werden, beispielsweise dass überhaupt eine Wärmenutzung stattfindet sowie der zeitliche Verlauf von Wärmezufluss und -abfluss. Für den Wärmetransport sind verschiedene Mechanismen

verantwortlich: Konvektion (Transport des Wärmemediums selbst), Wärmestrahlung (für Schwarzkörperstrahlung beschrieben durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz) und Wärmeleitung. Für eine möglichst realistische Computersimulation müssten diese Prozesse separat modelliert werden. Mathematische Werkzeuge sind hierfür gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen. Letztere sind erforderlich, wenn nicht nur Temperaturen an einzelnen Punkten, sondern räumliche Temperaturverteilungen bestimmt werden sollen.

Mit einem Röhrensystem kann auch Wärme im Erdreich gespeichert werden; hierfür sind zur Schonung von Bodenorganismen niedrigere Temperaturen ($<55\text{ }^{\circ}\text{C}$) zu bevorzugen. Bei einer praktischen Umsetzung stellt sich die Frage nach der konkreten Gestaltung des Röhrensystems. Eine Möglichkeit stellt dafür die dreidimensionale Hilbertkurve dar, die alle äquidistanten Gitterpunkte in einem Würfel mit einem einzigen Linienzug verbindet.



Die ersten drei Iterationsschritte der dreidimensionalen Hilbert-Kurve

Bei Wärmespeichern mit einem hinreichend hohen Temperaturniveau kommt auch die Umwandlung von Wärmeenergie in elektrische Energie in Betracht. Die maximale Effizienz des Verfahrens ist durch den Carnot-Wirkungsgrad bestimmt. In diesem Zusammenhang sei das Projekt ETES (Elektro-Thermischer Energiespeicher) erwähnt, bei dem im Hamburger Hafen Schottersteine mit überschüssiger Windenergie erhitzt und so als Energiespeicher genutzt werden. Um Schwankungen im Angebot von Wind- und Sonnenenergie in Europa auszugleichen, empfehlen sich Anlagen mit einer Speicherkapazität von zwei Tagen (s. Studie des Deutschen Wetterdienstes zur Stabilität in einem europäischen Stromnetz).

Das Oberflächen-zu-Volumenverhältnis bestimmt übrigens auch den Wärmeverlust von Warmblütern: Je größer ein Tier, desto kleiner ist seine Wärmeabstrahlung pro Volumeneinheit und damit seine Stoffwechselrate (Oberflächenregel von Max Rubner). Für diese müsste $\sim m^{2/3}$ gelten, wobei m für die Masse des Tieres steht: Das Volumen wird proportional zur Masse angenommen; die dritte Wurzel

der Masse ist daher zu einer charakteristischen Länge proportional. Diese beschreibt die Größe des Tieres und ihr Quadrat die Oberfläche des Tieres. Empirische Untersuchungen hingegen ergeben einen Exponenten von 0,71 anstelle von $2/3 = 0,666...$ Was nach einem kleinen Unterschied aussieht, kann sich aber deutlich bemerkbar machen: Würde die Stoffwechselrate eines 1 kg schweren Tier auf eines mit 1.000 kg Masse hochgerechnet, ergäbe sich eine Abweichung von rund 30 Prozent. Es wurden Theorien vorgeschlagen, die den Unterschied erklären; noch steht aber nicht fest, welche die zutreffendste ist.

Landesweiter Einsatz und Zusatznutzen von Wasserwärmespeichern

In Deutschland leben rund 83 Millionen Menschen und diese möchten alle mit Wärme versorgt werden. Um die erforderliche Anzahl der beschriebenen Wärmespeicher zu bestimmen, ist ein Kompromiss zwischen dem im geringeren Wärmeverlust begründeten Vorteil großer Speicher und dem Verlust bei der Wärmeverteilung über ein größeres Versorgungsgebiet zu finden. Um den gesamten Jahresbedarf der Privathaushalte zu decken, ergibt eine Überschlagsrechnung einen Bedarf von mehr als 100.000 Speichern. Diese Zahl zeigt die Notwendigkeit weiterer Maßnahmen, wie die Verbesserung der Wärmedämmung, die Nutzung von Abwärme und eine Wärmespeicherung im Erdreich oder unterirdischen, vom Grundwasser entkoppelten Wasserreservoirs.

Ein potenzieller Nebennutzen von großen Wärmespeichern besteht darin, das in ihnen enthaltene Wasser im Fall einer Dürre für die Bewässerung, Feuerbekämpfung oder Trinkwasserversorgung zu verwenden. Bei einem täglichen Trinkwasserverbrauch von 120 Litern pro Person bräuchte es für einen Zeitraum von einem Jahr beispielsweise rund 100.000 Exemplare des in Nürnberg befindlichen Speichers mit 33.000 Kubikmetern Volumen. Würden diese gleichmäßig über Deutschland verteilt, hätten sie einen Abstand von 2 Kilometern voneinander. Wasser wird – abgesehen vom Grundwasser – gegenwärtig hauptsächlich in Talsperren und Seen gespeichert, allerdings geht davon

viel durch Verdunstung verloren. Zudem werden die Wärmespeicher in Fernwärmenetzen zur Vermeidung von Korrosion und Ablagerungen in der Regel mit entmineralisiertem Wasser befüllt, das sich nicht als Trinkwasser eignet.

Die Wasserspeicher könnten zudem als kompakte Pumpspeicherkraftwerke dienen, mit denen sich Unterschiede zwischen Energieangebot und -nachfrage auf einer kurzen Zeitskala ausgleichen lassen.

Energie sparen durch Heizkörperthermostate

Der Drehregler am Heizkörper kann durch ein programmierbares Heizkörperthermostat ersetzt werden, mit dem sich die Soll-Temperatur zu den Zeiten, in denen sich niemand in einem Raum aufhält, oder wenn eine Stoßlüftung erkannt wird, automatisch reduzieren lässt.

Wärmespeicher + moderne Technologie = Energie sparen

Von den im Grundsatz eher als Low-Tech zu bezeichnenden Wärmespeichern – die sich daher aber für eine schnelle, weltweite Verbreitung anbieten – zum Einsatz moderner Technologie: Es lässt sich viel Energie einsparen, wenn nicht ein ganzer Raum erwärmt werden muss, sondern nur die in ihm befindlichen Personen. Realisierbar wäre dies mittels gebündelter Infrarotstrahlung und kamera-basierter Bilderkennung.

Literatur und weiterführende Informationen

Gerhard Heldmaier und Gerhard Neuweiler: *Vergleichende Tierphysiologie*, Kapitel 2: Energiehaushalt von Tieren, Springer-Lehrbuch, DOI 10.1007/978-3-642-25155-9_2, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Johannes Goeke: *Thermische Energiespeicher in der Gebäudetechnik*, DOI 10.1007/978-3-658-34510-5, Springer Vieweg, Wiesbaden 2021

Dominik Eller: *Integration erneuerbarer Energien mit Power-to-Heat in Deutschland – Potentiale zur Nutzung von Stromüberschüssen in Fernwärmenetzen*, Springer Vieweg, 2015

Grundlagen und Informationen zu realisierten Projekten in Deutschland und Europa:
<https://www.saisonalspeicher.de/>

Thomas Beikircher, Frank Buttinger, Matthias Demharter, Fabian Herzog, Martin Konrad und Manfred Reuß: „Superisolierter Heißwasser-Langzeitwärmespeicher: Abschlussbericht zu BMU-Projekt Förderkennzeichen 0325964A, Projektlaufzeit: 01.05.2010–31.10.2012.“ 10.2314/GBV:749701188, (2013).
https://www.researchgate.net/publication/257298524_Superisolierter_Heisswasser-Langzeitwärmespeicher_Abschlussbericht_zu_BMU-Projekt_Förderkennzeichen_0325964A_Projektlaufzeit_01052010_-_31102012

Liste großer Fernwärmespeicher und Kältespeicher:
<https://de.wikipedia.org/wiki/Fernwärmespeicher>

Beitrag zum Nutzen von Sommerwärme im Winter:
https://www.deutschlandfunk.de/tolle-idee-was-wurde-daraus-sommerwaerme-im-winter-nutzen.676.de.html?dram:article_id=396130

Thermochemie: Wärmespeicher für die Energiewende (Fraunhofer FEP, Dresden), Forschung Kompakt / 01. Oktober 2021:
<https://www.fraunhofer.de/de/presse/presseinformationen/2021/oktober-2021/waermespeicher-fuer-die-energiewende.html>

Eine technische Lösung des Dresdener Unternehmens Cloud&Heat führt zu einer Win-win-Situation: Die Abwärme von Rechenzentren wird zum Heizen von Gebäuden genutzt:
<https://www.cloudandheat.com/>

Grundwissen zu Wärmepumpen:
<https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik/artikel/waermepumpe>

Erwerbstätige der Baubranche, die sich für ein nachhaltiges Bauwesen einsetzen:
<https://www.architects4future.de/>

Projekt „Kommunale Wärmewende“, gefördert von der Deutschen Bundesstiftung Umwelt:
<https://www.waermewende.de/>

Laut einer aktuellen Studie lässt sich der Wärmebedarf in Deutschland zu 25 Prozent mit tiefer Geothermie decken:
<https://www.deutschlandfunk.de/geothermie-in-deutschland-roadmap-zeigt-entwicklungspotenzial-100.html>

Schweizer Anbieter von Wärmespeichern für die Kombination mit Solarthermie-Anlagen:
<https://www.jenni.ch/swiss-solartank.html>

Erläuterung zur Funktionsweise von Taschenwärmern; das Prinzip lässt sich auch im größeren Maßstab nutzen:
<https://www.weltderphysik.de/thema/hinter-den-dingen/wie-funktionieren-handwaermer/>

Bundesverband Geothermie:
<https://www.geothermie.de/>

Bundesverband Solarwirtschaft e.V.:

<https://www.solarwirtschaft.de/unsere-themen/solarthermie/>

Energy2D – Interactive Heat Transfer Simulation for Everyone:

<https://energy.concord.org/energy2d/>

Pressemitteilung zur Studie des Deutschen Wetterdienstes zur Stabilität in einem europäischen Stromnetz:

https://www.dwd.de/DE/presse/pressekonferenzen/DE/2018/PK_06_03_2018/pressemitteilung_20180306.pdf?__blob=publicationFile&v=4

Es muss nicht immer ein Studium sein – es werden auch händeringend Fachkräfte mit einer abgeschlossenen Ausbildung gesucht. Informationen für die Berufsorientierung im Bereich Nachhaltigkeit:

<https://utopia.de/ratgeber/gruene-jobs/>

Prof. Dr. Daniel Gembris